

THESE

présentée par

Stéphane BONELLI

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE AIX-MARSEILLE II

- Institut de Mécanique de Marseille (I.M.2) -

(Doctorat nouveau régime)

Spécialité : Mécanique

Option : Mécanique des solides

**Contribution à la résolution de problèmes
élastoplastiques de mécanique des sols
et d'écoulements non saturés
par la méthode des éléments finis**

Date de soutenance : 4 Juin 1993

Composition du jury :	B. CAMBOU	Président
	M. BOULON	Rapporteurs
	G. TOUZOT	
	O. DEBORDES	Examineurs
	G. DEGOUTTE	
	J.J. FRY	
	P. ROYET	
	P. SUQUET	

Sommaire

Introduction.	13
--------------------	----

Chapitre A

Lois de bilan d'un milieu poreux déformable non saturé.

I. Généralités.

I.1. Introduction.	17
I.1.1. La description particulière.	19
I.1.2. La cinématique du milieu multiphasique.	20
I.2. Cinématique solide au sein du milieu poreux.	22
I.2.1. Le repérage des particules solides.	22
I.2.2. La cinématique du squelette.	23
I.3. Cinématique fluide au sein du milieu poreux.	24
I.3.1. Le repérage des particules fluides.	24
I.3.2. La cinématique du fluide interstitiel.	24

II. Les lois de bilan de chaque phase.

II.1. Dérivées particulières.	26
II.2. Bilans de masse.	27
II.3. Bilans de quantité de mouvement.	29
II.4. Bilans d'énergie.	31
II.5. Bilans d'entropie.	33

III. Les lois de bilan du milieu poreux.

III.1. Dérivée matérielle polyphasique.	34
III.2. Bilan de masse polyphasique.	36
III.3. Bilan de quantité de mouvement polyphasique.	37
III.4. Bilan d'énergie polyphasique.	40
III.5. Bilan d'entropie polyphasique.	42

IV. Les modèles usuels.

IV.1. Description d'un matériau triphasique.	44
---	----

IV.2. Déformation du squelette.	46
IV.2.1. Les équations de champ.	46
IV.2.2. Les lois d'état et les lois d'état complémentaires du squelette.	46
IV.2.3. Le problème mécanique.	49
IV.3. Ecoulement bi-phasique.	51
IV.3.1. Les équations de champ.	51
IV.3.2. Les lois d'état fluides.	51
IV.3.3. Les lois d'état complémentaires fluides.	54
IV.3.4. Equations générales des écoulements bi-phasiques.	57
IV.3.5. L'équation de Richards.	59
IV.4. Quelques modèles couplés.	60
IV.4.1. Les équations de consolidation.	60
IV.4.2. Les équations de l'hydromécanique non saturée.	61
V. Discussion.	62

Chapitre B

Modèles élastoplastiques de mécanique des sols.

I. Introduction	66
II. Lois d'état.	
II.1. Lois élastiques.	67
II.1.1. Comportement sphérique.	67
II.1.2. Comportement déviatorique.	69
II.2. Lois d'écrouissage.	70
II.2.1. Ecrouissage isotrope non limité.	71
II.2.2. Ecrouissage isotrope limité.	72
II.2.3. Ecrouissage cinématique linéaire.	73
III. Critères de plasticité usuels.	
III.1. Les critères de frottement intergranulaire.	74
III.1.1. Projection dans le plan triaxial.	75
III.1.2. Projection dans le plan déviatorique.	76
III.2. Les critères de déformation granulaires.	79
IV. Lois d'écoulement plastique.	
IV.1. Loi d'écoulement non associée des critères de frottement.	81

IV.2. Lois d'écoulement définies à partir d'une condition cinématique sur les déformations plastiques.	83
IV.2.1. Condition cinématique définie par la déformation plastique déviatorique équivalente.....	85
IV.2.2. Condition cinématique définie par la puissance plastique déviatorique.....	86
IV.3. Ecrouissage cinématique non linéaire limité.....	87
V. Le modèle C.J.S. (Cambou/Jafari/Sidoroff).	
V.1. Description du modèle.....	88
V.2. Reproduction des essais de calibration de Cleveland.....	93
V.3. Reproduction de l'essai sur chemin circulaire.....	95
VI. Conclusion.....	98

Chapitre C

Etude locale des problèmes élastoplastiques

I. Introduction	100
II. Définition d'un matériau élastoplastique et notations.....	100
III. Formulation du problème en vitesse.	
III.1. Quelques outils d'analyse convexe.....	104
III.2. Formulation en vitesse.....	106
IV. Calcul des vitesses de variables internes.	
IV.1. Formulation du problème de projection.....	107
IV.2. Le problème de programmation quadratique en charge plastique.....	111
IV.3. Calcul de la solution élastoplastique.....	113
V. Calcul des multiplicateurs plastiques.	
V.1. Relations de Kuhn-Tucker, Lagrangien et point selle.....	116
V.2. Calcul numérique des mécanismes actifs.....	118
V.3. Expression analytique des multiplicateurs plastiques.....	121
VI. Formulations en vitesse d'un problème standard généralisé.	
VI.1. Cadre fonctionnel et résultat général.....	122
VI.2. Les formulations opérationnelles du problème standard.....	125
VII. Extension à un problème non standard .	

VII.1. Le problème standard sous-jacent.....	127
VII.2. Les formulations opérationnelles du problème non standard.....	129
VIII. Cas d'une énergie libre non quadratique.....	130
IX. Conclusion.....	131

Chapitre D

Calculs élastoplastiques par éléments finis.

I. Introduction	134
II. Formulation du problème élastoplastique.	
II.1. Les équations de base.....	135
II.2. La condition initiale.....	135
II.3. Le principe des puissances virtuelles.....	136
II.4. Ecriture de la loi de comportement.....	137
II.5. Discrétisation spatiale par éléments finis.....	137
III. Intégration de la loi de comportement.	
III.1. Algorithme d'intégration d'une loi élastoplastique multimécanisme	138
III.2. Détermination des mécanismes actifs.....	140
III.3. Intégration de l'équation différentielle résolue.....	142
III.3.1 Méthode d'Euler implicite et méthode du point milieu.....	142
III.3.2. Méthode de Hammer et Hollingsworth.....	143
III.3.3. Méthode de Runge-Kutta classique.....	144
III.3.4. Méthode de Runge-Kutta England.....	145
III.3.5. Une méthode d'Euler implicite modifiée.....	145
III.4. Intégration de l'équation différentielle algébrique.....	146
III.5. Projection des variables sur les surfaces de charge.....	147
III.6. Calcul de l'instant d'activation d'un mécanisme.....	148
IV. Discrétisation temporelle globale.	
IV.1. Intégration globale à pas de temps adaptatifs.....	149
IV.2. La mesure d'erreur mécanique.....	150
IV.3. Calcul de l'accroissement de déplacement dans le pas.....	151
V. Calcul test d'intégration locale.	
V.1. Définition du test local.....	153
V.2. Performances des méthodes.....	153

VI. Enfoncement d'une fondation superficielle circulaire.	
VI.1. Définition du problème.....	163
VI.2. Résultats globaux.....	165
VI.3. Résultats locaux.....	167
VII. Conclusion.....	172

Chapitre E

Calculs d'écoulements non saturés par éléments finis.

I. Introduction	175
II. Formulation du problème d'écoulement.	
II.1. Les équations de base.....	176
II.2. La condition initiale.....	178
II.3. La formulation variationnelle.....	179
II.4. Trois autres formulations en pression.....	180
III. Discrétisation et formulation incrémentale.	
III.1. Discrétisation spatiale par éléments finis.....	183
III.2. Discrétisation temporelle par un schéma d'Euler.....	184
III.3. La mesure d'erreur hydrodynamique.....	186
III.4. Calcul de l'accroissement de charge hydraulique dans le pas.....	188
IV. Infiltration verticale dans un sable bi-couche.	
IV.1. Définition du problème.....	190
IV.2. Comportement des différents schémas.....	192
IV.3. Quelques résultats en pression.....	193
V. Ecoulement dans un massif drainé soumis à un flux de surface.	
V.1. Définition du problème.....	199
V.2. Etude numérique sur divers éléments.....	200
V.3. Etude numérique sur 2 maillages.....	203
V.4. Quelques résultats et comparaisons.....	206
VI. Remplissage d'un barrage en terre.	
VI.1. Définition du problème.....	211
VI.2. Résultats.....	213
VII. Conclusion.....	216

Conclusion.....	218
-----------------	-----

Références bibliographiques.....	221
----------------------------------	-----

Annexes

Annexes du chapitre A.

A1. Théorèmes fondamentaux.....	234
A2. Bilan de quantité de moment cinétique.....	236
A3. Description de la variation de volume du squelette.....	238

Annexes du chapitre B.

B1. Caractéristiques élastiques isotropes usuelles.....	239
B2. Discussion de la loi élastique de Boyce.....	240
B3. Invariants d'un tenseur symétrique.....	241
B3.1. Premiers invariants.....	242
B3.2. Deuxièmes invariants.....	242
B3.3. Troisièmes invariants.....	243
B3.4. Valeurs propres d'un tenseur symétrique d'ordre deux.....	245
B3.5. Gradients des invariants.....	247
B4. Calcul du gradient du critère de frottement intergranulaire.....	250

Annexes du chapitre E.

E1. Les courbes d'ajustement des caractéristiques hydrodynamiques.....	252
--	-----

*Pour obtenir copie du document complet,
adressez votre demande à :*

CEMAGREF - DICOVA

B.P. 22

92162 ANTONY Cedex

Sylviane-chevrot@cemagref.fr